




DISTRIBUSI SAMPLING

- 
- Pada prakteknya hanya sebuah sampel yang biasa diambil dan digunakan untuk hal tersebut. Sampel yang diambil ialah sampel acak dan dari sampel tersebut nilai-nilai statistiknya dihitung untuk digunakan seperlunya. Diperlukan sebuah teori yang dikenal dengan nama distribusi sampling.
 - Distribusi sampling digunakan bergantung dari nama statistik yang digunakan, umpamanya distribusi sampling rata-rata, distribusi sampling proporsi, distribusi sampling simpangan baku, dan lain-lainnya. nama-nama tersebut disingkat menjadi distribusi rata-rata, distribusi proporsi, distribusi simpangan baku dan lain-lain.

Distribusi rata-rata

- Misal kita mempunyai sebuah populasi berukuran terhingga N dengan parameter rata-rata μ dan simpangan baku σ dari populasi ini diambil sampel acak berukuran n . jika sampling dilakukan tanpa pengembalian, semuanya ada $\binom{N}{n}$ buah sampel yang berlainan.
- Sampel dengan pengembalian sampelnya n^2
- Untuk semua sampel yang didapat masing2 dihitung rata-ratanya. Anggap semua rata-rata ini sebagai data baru, jadi didapat kumpulan data yang terdiri dari rata-rata dari sampel-sampel. Dari kumpulan ini kita dapat menghitung rata-rata dan simpangan bakunya. Jadi didapat rata-rata daripada rata-rata, diberi simbol $\mu_{\bar{x}}$ dan simpangan baku daripada rata-rata, diberi simbol :

$$\sigma_{\bar{x}}$$

Sifat-sifat

Dengan Pengembalian

$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Tanpa Pengembalian

$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Contoh (dengan pengembalian)

$N = 5$

Datanya = 6, 8, 9, 12, 15

$$N^2 = 5^2 = 25$$

		\bar{X}			\bar{X}			\bar{X}			\bar{X}			\bar{X}	
6	6	6	8	6	7	9	6	7.5	12	6	9	15	6	10.5	
6	8	7	8	8	8	9	8	8.5	12	8	10	15	8	11.5	
6	9	7.5	8	9	8.5	9	9	9	12	9	10.5	15	9	12	
6	12	9	8	12	10	9	12	10.5	12	12	12	15	12	13.5	
6	15	10.5	8	15	11.5	9	15	12	12	15	13.5	15	15	15	
		40			45			47.5			55			62.5	250

$$\mu_{\bar{X}} = \frac{6 + 7 + 7,5 + \dots + 13,5 + 15}{25} = \frac{250}{25} = 10$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{(6 - 10)^2 + (7 - 10)^2 + (7,5 - 10)^2 + \dots + (15 - 10)^2}{25}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{125}{25}} = \sqrt{5} = 2,24$$

$$\mu = \frac{6 + 8 + 9 + 12 + 15}{5} = \frac{50}{5} = 10$$

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(6 - 10)^2 + (8 - 10)^2 + (9 - 10)^2 + (12 - 10)^2 + (15 - 10)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{50}{5}} = \sqrt{10} = 3,16$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{3,16}{\sqrt{2}} = \frac{3,16}{1,41} = 2,24$$

Contoh (tanpa pengembalian)

$N = 5$

Datanya = 6, 8, 9, 12, 15

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$$

		\bar{X}			\bar{X}			\bar{X}			\bar{X}	
6	8	7	8	9	8.5	9	12	10.5	12	15	13.5	
6	9	7.5	8	12	10	9	15	12				
6	12	9	8	15	11.5							
6	15	10.5										
		34			30			22.5			13.5	100

$$\mu_{\bar{X}} = \frac{7 + 7,5 + 9 + \dots + 12 + 13,5}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{(7-10)^2 + (7,5-10)^2 + (9-10)^2 + \dots + (13-10)^2}{10}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{37,5}{10}} = \sqrt{3,75} = 1,94$$

$$\mu = \frac{6 + 8 + 9 + 12 + 15}{5} = \frac{50}{5} = 10$$

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(6 - 10)^2 + (8 - 10)^2 + (9 - 10)^2 + (12 - 10)^2 + (15 - 10)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{50}{5}} = \sqrt{10} = 3,16$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N - n}{N - 1}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{3,16}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{5 - 2}{5 - 1}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{3,16}{1,414} \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = 2,23 \sqrt{0,75}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = 2,23 \times 0,87 = 1,94$$

Contoh

berat badan mahasiswa rata-rata mencapai 60 kg dan simpangan baku 8,4. telah diambil sebuah sampel acak terdiri atas 45 mahasiswa. Tentukan berapa peluang rata-rata ke 45 mahasiswa tersebut?

- antara 50 kg – 65 kg
- paling sedikit 61 kg

a. rata-rata $\mu_{\bar{x}} = 60$

simpangan baku $\sigma_{\bar{x}} = 8,4/\sqrt{45} = 1,252$

$$z_1 = \frac{50 - 60}{1,252} = -7,987$$

$$z_2 = \frac{65 - 60}{1,252} = 3,994$$

$$0,5 + 0,5 = 1$$

b. rata-rata tinggi paling sedikit 61 kg memberikan angka z paling sedikit=

$$\frac{61 - 60}{1,252} = 0,798722 = 0,8$$

0,2881

$$0,5 - 0,2881 = 0,2119$$

peluang yg dicari = 0,2119

apabila dr populasi diketahui variannya dan perbedaan rata-rata dari sampel ke sampel diharapkan tidak lebih dari sebuah harga d yang ditentukan, maka berlaku hubungan

$$\sigma_{\bar{x}} \leq d$$

misal harga-harga \bar{x} dari sampel yang satu dengan sampel lainnya diharapkan tidak mau lebih dari 1 cm. jika populasi cukup besar, maka:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq d \text{ yang menghasilkan } \frac{8,4}{\sqrt{n}} \leq 1$$

atau $n \geq 70,58$

paling sedikit perlu diambil sampel terdiri atas 71 mahasiswa.

DISTRIBUSI PROPORSI

Populasi diketahui berukuran N yang didalamnya didapat peristiwa A sebanyak Y diantara N . maka didapat parameter proporsi peristiwa A sebesar $\mu = (Y/N)$

Dari populasi diambil sampel acak berukuran n dan dimisalkan didalamnya ada peristiwa A sebanyak x . sampel ini memberikan statistik proporsi peristiwa $A = x/n$.

jika semua sampel yang mungkin diambil dari populasi itu maka didapat sekumpulan harga2 statistik proporsi.

Dari kumpulan ini kita dapat menghitung rata2nya, diberi simbol $\mu_{x/n}$ dan simpangan bakunya diberi simbol .

$$\sigma_{x/n}$$

Rumus untuk populasi kecil dibandingkan dengan ukuran sampel (n/N)
> 5% (atau tanpa pengembalian)

$$\mu_{x/n} = \pi$$

$$\sigma_{x/n} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

untuk ukuran populasi besar dibandingkan dengan ukuran sampel (n/N)
 $\leq 5\%$ (atau dengan pengembalian)

$$\mu_{x/n} = \pi$$

$$\sigma_{x/n} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

$\sigma_{x/n}$ dinamakan kekeliruan baku proporsi atau galat baku proporsi

Daftar distribusi normal baku dapat digunakan dan untuk itu diperlukan transformasi:

$$z = \frac{x/n - \pi}{\sigma_{x/n}}$$

jika perbedaan antara proporsi sampel yang satu dengan yang lainnya diharapkan tidak lebih dari sebuah harga d yang ditentukan, maka berlaku

$$\sigma_{x/n} \leq d$$

contoh

ada petunjuk kuat bahwa 10% anggota masyarakat tergolong ke dalam golongan A. sebuah sample acak terdiri atas 100 orang telah diambil.

- a. Tentukan peluangnya bahwa dari 100 orang itu akan ada paling sedikit 15 orang dari golongan A
- b. Berapa orang harus diselidiki agar persentase golongan A dari sampel yang satu dengan yang lainnya diharapkan berbeda paling besar dengan 2%

Jawab

Populasi yang dihadapi berukuran cukup besar dengan $\pi = 0,1$ dan $1 - \pi = 0,9$

- a. untuk ukuran sampel 100, diatanaya paling sedikit 15 tergolong kategori A, maka paling sedikit $x/n = 0,15$ kekeliruan bakunya adalah

$$\sigma_{x/n} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{0,10 \times 0,90}{100}} = 0,03$$

$$\text{bilangan } z \text{ paling sedikit} = \frac{0,15 - 0,10}{0,03} = 1,67$$

dari daftar normal baku, luasnya = $0,5 - 0,4525 = 0,0475$
peluang dalam sampel itu akan ada paling sedikit 15 kategori A adalah 0,0475

a. $\pi = 0,1$ dan $1 - \pi = 0,9$, sedangkan $d = 0,02$, maka

$$\sqrt{\frac{0,1 \times 0,9}{n}} \leq 0,02 \text{ yang menghasilkan } n \geq 225$$

paling sedikit sample harus berukuran 225

