



DISTRIBUSI BINOMIAL



DISTRIBUSI BINOMIAL

- Disebut pula distribusi BERNOULLI ditemukan oleh JAMES BERNOULLI adalah suatu distribusi teoritis yang menggunakan var random diskrit (var yang hanya memiliki nilai tertentu, nilainya merupakan bilangan bulat dan asli tidak berbentuk pecahan) yang terdiri dari dua kejadian yang berkomplementer seperti sukses-gagal, baik-cacat, siang-malam, dsb.
- Ciri-ciri Distribusi Binomial
 - Setiap percobaan hanya memiliki dua peristiwa, seperti sukses-gagal
 - Probabilitas satu peristiwa adalah tetap, tidak berubah untuk setiap perubahan
 - Percobaannya bersifat independen, artinya peristiwa dari suatu percobaan tidak mempengaruhi atau dipengaruhi peristiwa dalam percobaan lainnya
 - Jumlah atau banyaknya percobaan yang merupakan komponen percobaan binomial harus tetap



$$p(X; n) = \binom{n}{X} p^X (1-p)^{n-X}$$

$$\binom{n}{X}$$

disebut binomial coefficients,
menunjukkan X kali sukses dari n
kejadian



CONTOH:

- Seorang mahasiswa menghadapi 6 pertanyaan pilihan berganda, setiap pertanyaan memiliki 5 alternatif jawaban, maka probabilitas menjawab pertanyaan adalah:

- Jawaban benar, $P(B) = \frac{1}{5}$
- Jawaban salah, $1 - P(B) = \frac{4}{5}$

- Misalkan susunan 5 jawaban benar adalah

- $P(B B B B B S) = P(B) P(B) P(B) P(B) P(B) P(S)$

$$\frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{4}{5}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^5 \left(\frac{4}{5}\right)^1$$



CONTOH

- Sebuah dadu dilempar ke atas sebanyak 4 kali. Tentukan probabilitas peristiwa dari:
 - a. Mata dadu 5 muncul 1 kali
 - b. Mata dadu genap muncul 2 kali
 - c. Paling sedikit keluar mata dadu 3 sebesar 3 kali
 - d. Mata dadu 2 atau 6 muncul 4 kali



JAWAB:

$$\begin{aligned} \text{A. } P(x = 1) &= P_1^4 = \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^3 \\ &= 0,386 \end{aligned}$$

B. $P(x = 2)$

$$\text{Genap (2, 4, 6)} \rightarrow p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad q = \frac{1}{2}$$

$$P(x = 2) = P_2^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 0,375$$



$$C. P(x \geq 3) \rightarrow p = \frac{1}{6} \quad q = \frac{5}{6}$$

$$P(x = 3) = P_3^4 = \binom{1}{6}^3 \binom{5}{6}^1 = 0,0154$$

$$P(x = 4) = P_4^4 = \binom{1}{6}^4 \binom{5}{6}^0 = \underline{0,0008} +$$

$$\text{Jadi } P(x \geq 3) = 0,0162$$

$$d. \text{ Mata 2 atau 6} \rightarrow p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad q = \frac{2}{3}$$

$$P(x = 4) = P_4^4 = \binom{1}{3}^4 \binom{2}{3}^0$$

$$= 0,0123$$



- Sebuah mesin yang memproduksi semacam alat, ternyata terdapat 5% rusak. Jika secara acak diambil 10 buah dari alat tersebut untuk diselidiki, berapa probabilitas akan terdapat.
- Dua rusak
- Tidak ada yang rusak
- $n = 10$ $p = 0,05$ $q = 0,95$
- $P(x = 2) = C_{2}^{10} = (0,05)^2 (0,95)^8$
- $= 0,075$
- $P(x = 0) = C_{0}^{10} = (0,05)^0 (0,95)^{10}$
- $= 0,599$



- Apabila probabilitas bahwa seseorang akan menjawab kuesioner adalah 0,2, berapa probabilitas untuk memperoleh 0, 1, 2 terhadap kuesioner yang dikirimkan kepada 5 responden

- Dari barang yang dihasilkan semacam mesin ternyata 10% rusak, diambil random sebanyak 10 buah untuk diselidiki. Berapa probabilitas dari benda yang diselidiki itu akan terdapat:
 - a. Tidak ada yang rusak
 - b. Satu rusak
 - c. Paling banyak dua rusak



PROBABILITAS BINOMIAL KUMULATIF

Adalah probabilitas dari peristiwa binomial lebih dari satu sukses.

Rumusnya:

$$P B K = \sum_{x=0}^n C_x^n p^x q^{n-x}$$

Contoh:

Sebanyak 5 mahasiswa akan mengikuti ujian sarjana dan diperkirakan probabilitas kelulusannya adalah 0,7. Hitunglah probabilitasnya!

- Paling banyak 2 orang lulus
- Yang akan lulus antara 2 sampai 3 orang
- Paling sedikit 4 diantaranya lulus

Jawab:

a. $n = 5$ $p = 0,7$ $q = 0,3$

$P(x \leq 2) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) = 0,16$

b. $P(2 \leq x \leq 3) = P(x = 2) + P(x = 3) = 0,44$

c. $P(x \geq 4) = P(x = 4) + P(x = 5) = 0,53$



RATA-RATA, VARIANS DAN SIMPANGAN BAKU DISTRIBUSI BINOMIAL

Dapat dicari berdasarkan distribusi probabilitasnya dengan pendekatan sebagai berikut:

- $\mu = n p$
- $\sigma^2 = n p q$
- $\sigma = \sqrt{n p q}$



- Bila 5 mata uang dilemparkan sebanyak 100 kali, terdapat distribusi keluar gambar sbb :

x_i	f_i
0	2
1	14
2	20
3	34
4	22
5	8

- Bila $x_i = 0$ berarti selama 100 kali pelemparan 5 mata uang tidak pernah keluar gambar sebanyak 2 kali.
- $x_i = 1$ berarti selama 100 kali pelemparan 1 gambar keluar sebanyak 14 kali.
- dst.



$$\text{Jadi } f(x) = \binom{5}{x} p^x q^{5-x}$$

$$\mu = np$$

$$\mu = 5p$$

$$2,84 = 5p$$

$$p = \frac{2,84}{5}$$
$$= 0,57$$

$$q = 1 - p$$
$$= 1 - 0,57$$
$$= 0,43$$

$$\mu = \bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f}$$

$$\mu = \frac{(2)(0) + 14(1) + 20(2) + 34(3) + 22(4) + 8(5)}{100}$$
$$= \frac{284}{100}$$
$$= 2,84$$



xi	fi	fi xi	Probabilitas
0	2	0	$\binom{5}{0}(0,57)^0(0,43)^5 = 0,015$
1	14	14	$\binom{5}{1}(0,57)^1(0,43)^4 = 0,099$
2	20	40	$\binom{5}{2}(0,57)^2(0,43)^3 = 0,260$
3	34	102	$\binom{5}{3}(0,57)^3(0,43)^2 = 0,342$
4	22	88	$\binom{5}{4}(0,57)^4(0,43)^1 = 0,225$
5	8	40	$\binom{5}{5}(0,57)^5(0,43)^0 = 0,059$
Σ		284	= 1,00

